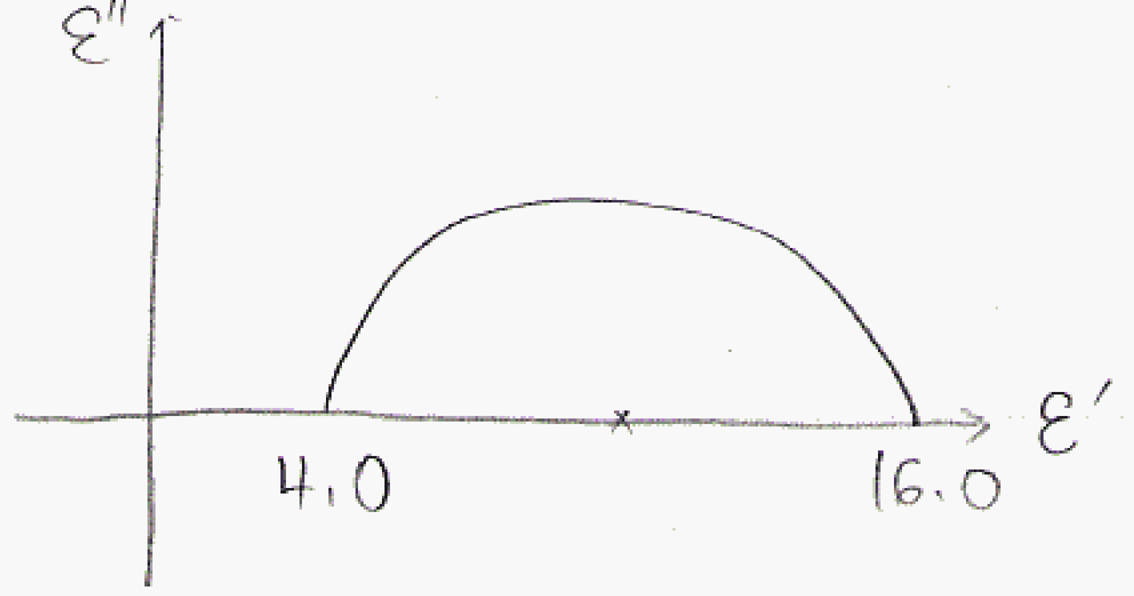
A

第3回課題

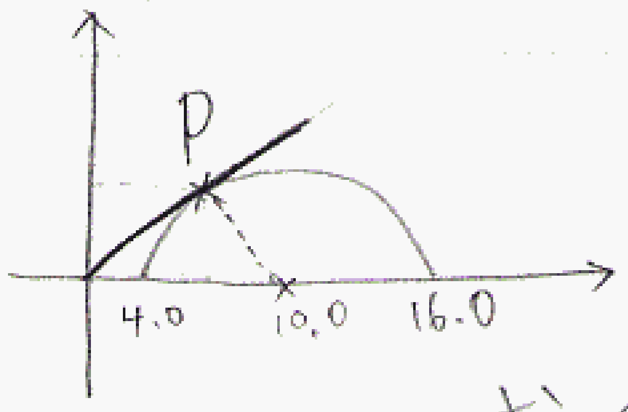
1. 誘電体の複素誘電率について表したグラフを Cole-Cole plot と呼ぶ。
問題文より可視光において屈折率は 2.0だから、

$$2.0=\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$$

より、比誘電率は 4.0 と求められる。
以上より cole-Cole plotを描くと以下の様になる。



次に、求めるtanδについてである。複素誘電率の実部と虚部の比率がtanδである。よって、tanδが最大値及びその時の ε'とε''の値は、点P の座標を求める事によって知る事ができる。



直線 : $y=ax$ —①
円 : $(x-10)^2+y^2=36$ —②

式①と②の連立方程式を解けばよい。

$$(x-10)^2+(ax)^2=36.$$

$$x^2-20x+100+a^2x^2-36=0$$

$$(a^2+1)x^2-20x+64=0. \quad —③$$

ここで、判別式をDとすると、

$$D/4=100-64(a^2+1)$$

である。ここで、円と直線が1点で交わるためには

$$D/4=0$$

であればよい。

$$\therefore\ 100-64(a^2+1)=0.$$

$$100-64a^2-64=0$$
$$64a^2=36$$
$$a^2=\sqrt{\frac{6^2}{8^2}}$$

$$\therefore\ a=\pm\frac{6}{8}$$

また，図より　$a>0$ だから　　$a=\frac{3}{4}=0.75.$

また，③より

$$\left(\frac{9}{16}+1\right)x^2-20x+64=0$$
$$\frac{25}{16}x^2-20x+64=0$$
$$25x^2-320x+1024=0$$
$$(5x-32)^2=0$$
$$\therefore\ 5x=32$$
$$\therefore\ x=\frac{32}{5}=6.4\quad(\because x\geq 0)$$

これを①に入れると，

$$y=0.75\times 6.4$$
$$=4.8$$

ここで，$x=\varepsilon'$，$y=\varepsilon''$ である。

また，$\tan\delta=\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$ より

$$\tan\delta=\frac{4.8}{6.4}=0.75$$

$\tan\delta$ は計算をしなくても，直線の傾きと等しいからただちに0.75と求める事もできる。

以上より求める $\tan\delta$, ε', ε'' は,

$$\begin{cases} \tan\delta = 0.75 \\ \varepsilon' = 6.4 \\ \varepsilon'' = 4.8 \end{cases}$$

なお, 円の方程式を変形し微分しても解く事ができる。 なるほど.

2.

まず, 強度反射率は電場反射率の2乗であるから, まず, 電場反射率を求める。

TM波の電場反射率は

$$r_{(TM)} = \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t} \quad - ④$$

また, 屈折率は複素屈折率であるから,

$$\hat{n}_2 = n_2(1 - i k)$$

∴ 式④は,

$$r_{(TM)} = \frac{n_2(1-ik)\cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2(1-ik)\cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}$$

また, Snellの法則より

$$n_1 \sin\theta_i = \hat{n}_2 \sin\theta_t$$

だから,

$$\sin\theta_t = \frac{\sin\theta_i}{n_2} \quad (\because n_1 = 1)$$

$$\therefore \theta_t = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_i}{\hat{n}_2}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_i}{n_2(1-ik)}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{n_2(1-ik)}\right) \quad - ⑤$$