

Q7: ある種のアルコールは Debye 型緩和を示し、可視光では透明な液体である。これをコンデンサーに充てて直流で計測したときの比誘電率が16、可視光に対して屈折率は2.0である。

この液体は中間の周波数では複素誘電率を示すが、最も $\tan \delta$ が大きいとき ϵ' , ϵ'' を求めたい

A7: 屈折率 n は、真空からある物体に入射する時、それぞれの誘電率をそれぞれ ϵ_0 , ϵ とおけば

$$n = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} \quad \dots (1)$$

と求まり、これを变形すれば

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = n^2 = \epsilon_r \quad \dots (2)$$

となり、比誘電率は求めることが出来る。 $n=2.0$ の時、可視領域の屈折率から求まる比誘電率 ϵ_r は4となる。

このアルコールは Debye 型緩和を示すので複素平面上で半円を描くことがわかり、間から以下の図7に描くことが出来る。 γ_0 はこの半円の中心点である。尚、この時複素誘電率 ϵ は

$$\epsilon = \epsilon_0 (\epsilon' - i\epsilon'') \quad \dots (3)$$

の形である。実軸を ϵ' 、虚軸を ϵ'' とする。ここで $\angle ABC$ の角度を θ とおけば、 θ のときの ϵ' , ϵ'' の大きさは

$$\epsilon' = 10 + 6 \cos \theta \quad \dots (4)$$

$$\epsilon'' = 6 \sin \theta \quad \dots (5)$$

となる。

また、 $\tan \delta$ と ϵ' , ϵ'' の関係は一般的に

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad \dots (6)$$

となることを知ることが出来るので、 $\tan \delta$ の最大値を調べたい場合は ϵ''/ϵ' の最大値を求めればよい。式(4), (5)から

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{6 \sin \theta}{10 + 6 \cos \theta} \quad \dots (7)$$

と求まる。ここで式(7)の微分して、 θ の関数とみて極値を求めると

$$\left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right)' = \frac{15 \cos \theta - 9}{(10 + 6 \cos \theta)^2} \quad \dots (8)$$

となる。表7は θ のときの (ϵ''/ϵ') , ϵ''/ϵ' に関して表したもので、 $\theta = 126.8$ の時、この関数化は0となり、極大値とし

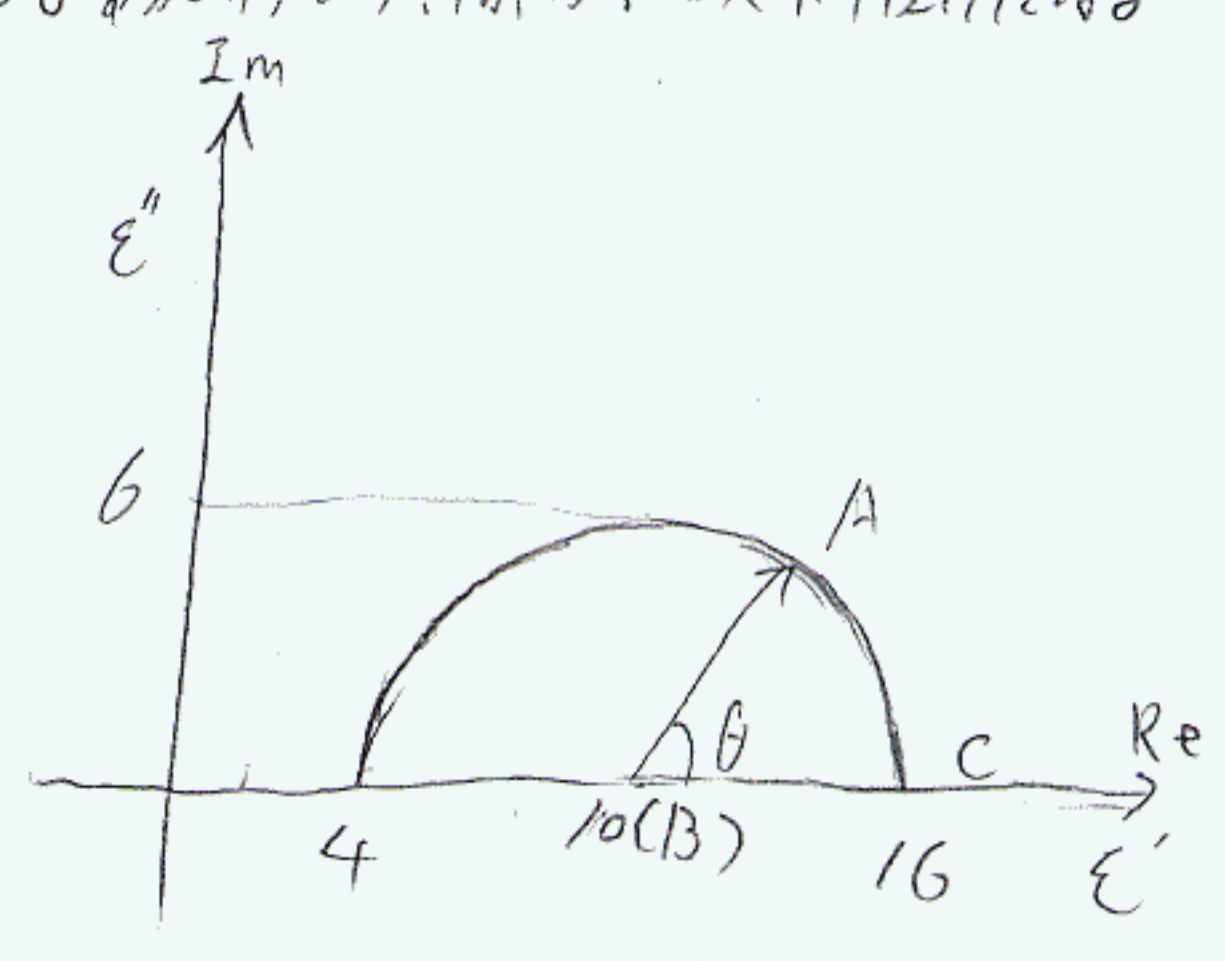


図7

表7

θ	0	...	126.8	...	π
(ϵ''/ϵ')	+	+	0	-	-
ϵ''/ϵ'	0	↗	$\frac{6.8}{6.4} = 0.75$	↘	0

θ を独立変数に。

で 0.95 にとり、この事から θ の値を式 (4)、(5) に代入すれば、 $\epsilon' = 6.4$ 、 $\epsilon'' = 4.8$ と求まり、図 7 のグラフと比較して範囲は正しいことがわかった。

よって、 $\tan \delta (= \frac{\epsilon''}{\epsilon'})$ の最大値をとる ϵ' と ϵ'' は、 $\epsilon' = 6.4$ 、 $\epsilon'' = 4.8$ である。 **ただし。**

Q2: 教科書 P37 の式 (2) を参照して、波長 620 nm の光が金に対して角度 45° 、TM 偏波で入射したときの強度反射率を求めよう。

A2: 強度反射率は教科書の式 (3.20) から

$$R = \left| \frac{1 - \hat{n}}{1 + \hat{n}} \right|^2 \quad (\hat{n} = n(1 - i k)) \quad (9)$$

と求まるので、 n と k に表 2 の値を代入すれば、 $R = 0.938866$ と求まった。

なお、数値は Mathematica で求めた。

表 2

金属	測定波長 [nm]	n	k
金	620	0.35	9.03

これは $\epsilon' = 6.4$ と $\epsilon'' = 4.8$ である。

Mathematica の出力結果は以下の通り。