学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得点＿＿＿＿＿＿

※本日の答案は，数値で答える場合でも√，分数は小数に直さず解答すること.

Q1: 以下の問いに答えよ(5×2=10).

(1)デカルト座標で$(1,\sqrt{3})$と表される点 P がある．点 P を 2 次元極座標で成分表示せよ.

$r=\sqrt{x^2+y^2}=2, \varphi=\tan^{-1}\frac{y}{x}=\frac{\pi}{3}$　解答: $(2,\frac{\pi}{3})$

(2) 2 次元極座標で$\left(4,\frac{5}{6}\pi\right)$と表される点 Q がある．点 Q をデカルト座標で成分表示せよ.

$x=r\cos\varphi=-2\sqrt{3},\ y=r\sin\varphi=2$より解答:$(-2\sqrt{3},2)$

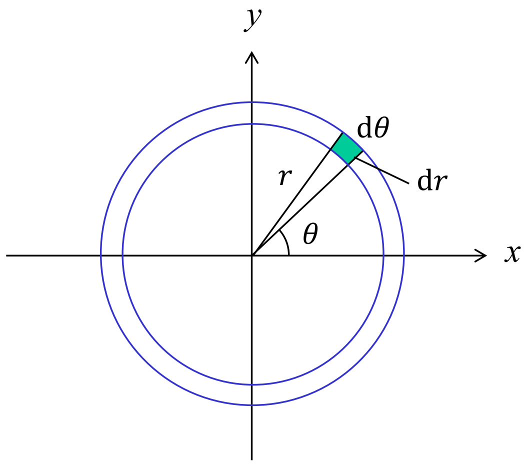
Q2: 半径 R の円の面積を以下のように求めた．下線を数式または文章で埋めなさい(5×4=20).

高次項を無視すると，右図において微小面積要素は

＿＿$rdrd\theta$＿＿と表される．これを，$\theta=0$ から 2π まで

積分すると，値は＿＿$2\pi rdr$＿＿となる．これは

＿半径 r，幅 dr の細いリング＿の面積だから，これを $r=0$ から R まで積分すると円の面積，＿πR^2＿を得る．



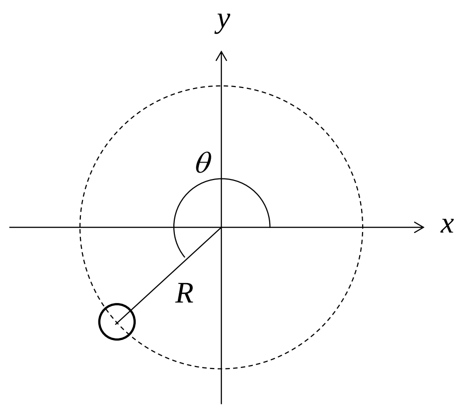
※「リング」が入っていれば正解

Q3: 3 次元デカルト座標で$(1,1,\sqrt{2})$と表される点 P がある．点 P を三 3 次元極座標で成分表示せよ(10).

$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{1+1+2}=2,\ \varphi=\cos^{-1}\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4},$

$\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x}=\tan^{-1}1=\frac{\pi}{4}$より，解答: $(2,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$

Q4: 図のように，半径 R の円軌道を運動する質点がある．
θの時間変化は$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$である．



(1) 質点の座標 $\boldsymbol{r}$ を t の関数で表し，デカルト座標で成分表示せよ(10).

$$\boldsymbol{r} = R\left[\cos(\theta_0+\omega t), \sin(\theta_0+\omega t)\right]$$

(2) 質点の速度 $\boldsymbol{v}$ を t の関数で表し，デカルト座標で成分表示せよ(10).

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right) = R\omega\left[-\sin(\theta_0+\omega t), \cos(\theta_0+\omega t)\right]$$

(3) $\boldsymbol{r}$ と $\boldsymbol{v}$ の内積を求めよ．途中式がない場合は、0 点(10).

$$\boldsymbol{r}\cdot\dot{\boldsymbol{r}} = R\begin{pmatrix}\cos(\theta_0+\omega t)\\ \sin(\theta_0+\omega t)\end{pmatrix}\cdot R\omega\begin{pmatrix}-\sin(\theta_0+\omega t)\\ \cos(\theta_0+\omega t)\end{pmatrix} = 0$$

円運動は，速度ベクトルが常に位置ベクトルに直交する．

Q5: 2 次元平面上の点 P の運動が $\boldsymbol{r}= [(t^2+t-2), (t^2-2t+4)]$ と表される．以下の問に答えよ．

(1) P の速度と加速度をデカルト座標で成分表示せよ(5×2=10).

$\boldsymbol{v}= [(2t+1), (2t-2)]$　※x，y をそれぞれ t で微分したものが v_x，v_y である．

$\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = (2,2)$　※v_x，v_y をそれぞれ t で微分したものが a_x，a_y である．

(2) P が y 軸を通過する時刻を答えよ(10).

$t = -2, 1$ ※y軸をまたぐ瞬間には$x = 0$．$t^2+t-2 = 0$より$t = -2, 1$．

(3) P の進行方向が真横(x 軸方向)を向く時刻を答え(10).

$t = 1$ ※真横を向く瞬間には速度ベクトルはx方向なので$v_y = 0$．∴ $2t-2 =$ より、$t = 1$ を得る．