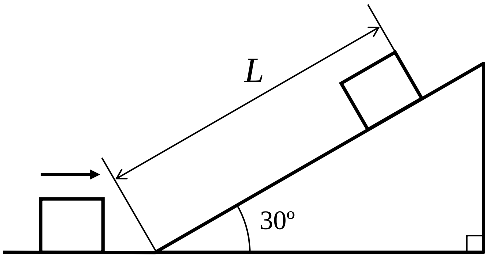
学籍番号＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 得点＿＿＿＿＿

Q1: 図のように，摩擦のない角度 30º の斜面を質量 m のブロックが初速度 v_0 で登る．ブロックはどこまで登るか．重力加速度の大きさを g とする．ただし**エネルギー保存則を使わず，運動方程式を解いて解答すること.**



(1) 斜面方向に x 軸を取り，運動方程式を立てなさい(10).

$$m\ddot{x} = -\frac{mg}{2}$$

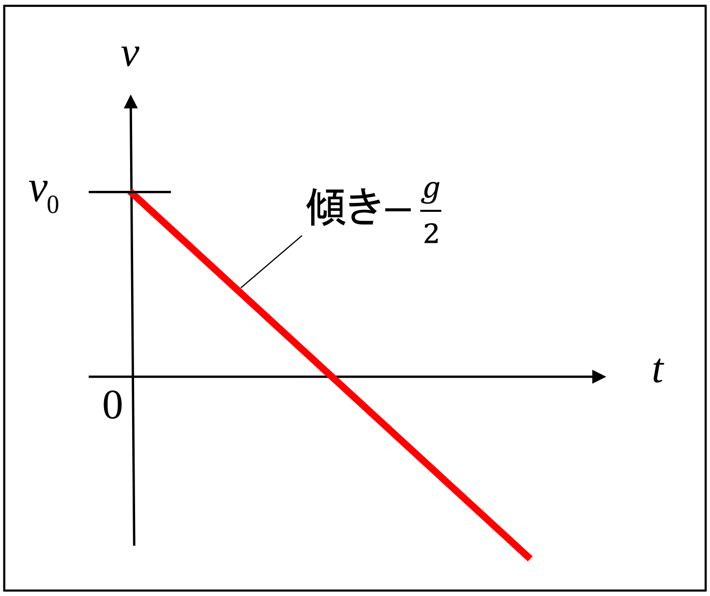
(2) 最大上った登った位置の L を求めよ．途中式の無い解答は不正解とする(10).

運動方程式を積分して，初期条件を代入．$\dot{x} = -\frac{g}{2}t + v_0$，$x = -\frac{g}{4}t^2 + v_0 t$ を得る．最大登ってブロックは止まるから，その時の時刻を t_0 とすれば $t_0 = \frac{2v_0}{g}$．x の式に代入，

$$L = \frac{{v_0}^2}{g}.$$

Q2: Q1 の系を v-t 線図で解く.

(1) ブロックが登って再び地上に下りるまでの v-t 線図を書きなさい．y 切片と傾きの大きさを線図に書き込むこと(10).



(2) ブロックが再び地上に戻るまでの時間を求めよ(10).

面積がブロックの移動距離だから，t 軸を挟んで上下の面積が等しい時刻がちょうど戻ってきた時間と考える．グラフの t 軸との交点は

$$t_0 = v_0/(g/2) = \frac{2v_0}{g}.$$

答えはその倍で，$\frac{4v_0}{g}$

Q3: 以下の空欄を埋めなさい．一重下線は数式･記号，二重下線は文字が入る(5×6=30).

ニュートンは万有引力を発見し，地球と月が引き合う力が，地球とりんごが引き合う力と同じであると主張した．その公式は $F = $ __$G\dfrac{mM}{r^2}$__(1)　(G は万有引力定数，r は質点間距離)と表される．一方，地表近くでは空中のあらゆる物体が $g=$__9.8__$\mathrm{m/s^2}$ の加速度を持つ．これを「重力加速度」と呼ぶ．(1)を $\dfrac{F}{m} = $ __$G\dfrac{M}{r^2}$__$=g$ と変形すれば，重力加速度から地球の質量を概算できる．ここで, 地球はその中心にある__質点__と近似し，万有引力定数は__6.67×10^{-11}__$\mathrm{Nm^2/kg^2}$ である．地球の半径は $R_e = 6.4\times10^6\mathrm{m}$ だから，計算すると地球の質量は__6.0×10^{24}__kg とわかる．

Q4: いま，地表の重力加速度が $9.8\mathrm{m/s^2}$ ちょうどとする．以下の問いに答えなさい．

(1)地表から 10,000m(旅客機が飛ぶ高度)の重力加速度を求めなさい(5). ※ヒント：万有引力の公式に，R_e+10,000 を代入，R_e との比率を取る．

$\dfrac{g'}{g} = \left(\dfrac{6.4\times10^6}{6.4\times10^6+10000}\right)^2 = 0.99688\cdots$．9.8 を掛け，$g' = 9.769\mathrm{m/s^2}$．この程度の高度では，違いはほとんど感じられない．

(2)地表から 400km(国際宇宙ステーションの高度)の重力加速度を求めなさい(5).

$\dfrac{g'}{g} = \left(\dfrac{6.4\times10^6}{6.4\times10^6+400\times10^3}\right)^2 = 0.88581\cdots$．9.8 を掛け，$g' = 8.681\mathrm{m/s^2}$．

Q5: 円軌道を描いて地球のまわりを運動する運動する人工衛星は、万有引力が向心力となり、等速円運動をしている．ただし、地球の質量をM_e，万有引力定数をGとする．

(1) 質量mの人工衛星が、地表R_eからhの位置を速さvで運動している．このときの、人工衛星に働く万有引力が向心力であるという関係式を書きなさい(10).

$$G\frac{mM_e}{(R_e+h)^2} = m\frac{v^2}{R_e+h}$$

(2) 人工衛星の速さvと周期Tを求めよ(5×2=10).

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e+h}},\qquad T = \frac{2\pi(R_e+h)}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_e+h)^3}{GM_e}}$$