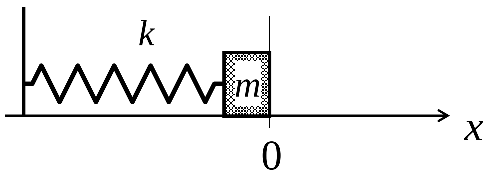
学籍番号______________ 氏名__________________________________ 得点____________

※指定が無い限り，重力加速度の大きさを g とせよ.

Q1: 以下の空欄を埋めなさい．**一重下線は数式・記号**，**二重下線は文字**が入る(5×4=20).

質点に働く力が原点からの__変位 or 距離__に比例し，かつ__原点__の方向を向くとき，質点は「単振動」を行う．運動方程式は，変位を x，定数を ω^2 として__$\ddot{x}=-\omega^2 x$__と書ける．これは 2 階線形斉次微分方程式だが，一般解は x=__$A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$__($A$, B は任意定数)と書ける．これは暗記すること．

Q2. 摩擦の無い水平な床面で質量 m のおもりをばね定数 k のばねにつなぎ，図のように固定した．運動は 1 次元の$x(t)$とする．

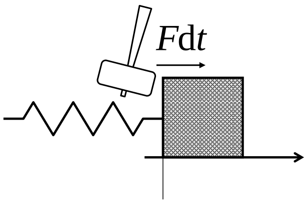


(1) おもりを平衡位置から正の方向に L 伸ばし，$t=0$ で静かに離した．運動を決定せよ(10).

運動方程式は $m\ddot{x}=-kx$．真面目に解いても良いが，これくらいは覚える．

$$x(t)=L\cos(\omega t)=L\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right).$$

(2) 一旦おもりを原点で静止させ，$t=0$ で，おもりを金槌で叩いて x 方向の力積$F\mathrm{d}t$を与えた．運動を決定せよ(10).

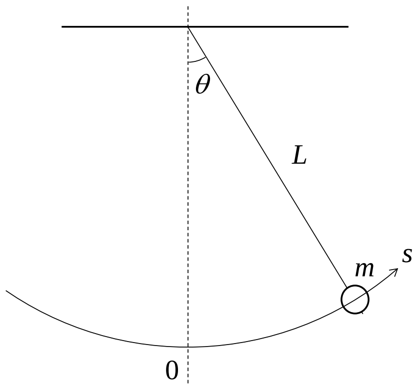


運動方程式の一般解： $x(t)=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$

力積-運動量定理から初速度は$F\mathrm{d}t/m$. 初期条件は t=0 において$x=0$, $\dot{x}=F\mathrm{d}t/m$．答： $x(t)=\dfrac{F\mathrm{d}t}{\sqrt{mk}}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$.

Q3: おもりの質量が m，長さ L の振り子について考える．

(1) 解くべき変数を，おもりの位置を鉛直から軌道にそって測った距離 s とする．s に関する運動方程式を立てなさい．ここで，角度θを s の関数に変換すること(10).



θの定義はs/L．重力の s 方向成分は$-mg\sin\theta$.

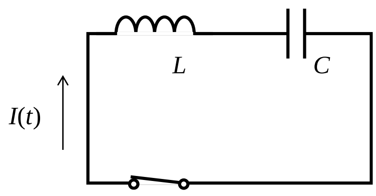
答： $m\dfrac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}=-mg\sin(s/L)$

(2) t=0 でおもりを $s=s_0$ から静かに放したとして，$s(t)$を決定せよ．ただし，角度は充分小さいとして，運動方程式を線形化せよ(10)．

近似を用い，運動方程式は $\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}=-g\theta=-\frac{s}{L}g$ で，これは単振動である．解は $s=A\sin\omega t+B\cos\omega t$

(ただし $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$，$A$，$B$ は任意定数)．t=0 で $s=s_0$，v=0 という初期条件を代入すれば運動が決定できて，答：$s=s_0\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right)$．

Q4: 図のような LC 直列回路にキルヒホッフの法則を適用すると $\frac{1}{C}\int I\mathrm{d}t+L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=0$を得る．ここで$I$は回路に流れる電流である．



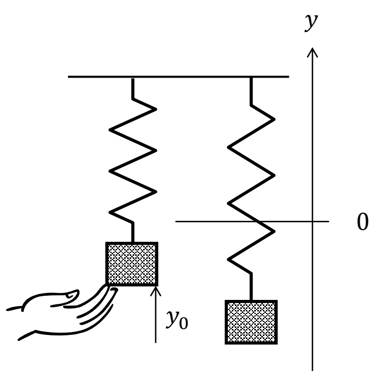
(1) Iについての微分方程式を立てよ．

両辺をtで微分，$\frac{I}{C}+L\frac{\mathrm{d}^2 I}{\mathrm{d}t^2}=0$．ここまででも正解だが，正規形に直し，$\frac{\mathrm{d}^2 I}{\mathrm{d}t^2}+\frac{I}{LC}=0$とするのが望ましい．

(2) この回路の角振動数を答えよ．

微分方程式を解く必要はない．単振動の微分方程式，$\ddot{I}+\omega^2 I=0$に変形すると$\omega^2=1/LC$．答は$\omega=\sqrt{1/LC}$ ．

Q5: 図のように，質量mのおもりをばね定数kのばねで吊るして静止させ，その後おもりをy_0だけ押し上げて静かに放すとおもりは単振動する．おもりの平衡位置を原点に，鉛直上を正にy軸を取る．



(1) 運動方程式を立てよ．

$m\ddot{y}=-ky-mg$．正規形に直し，$\ddot{y}+\frac{k}{m}y=-g$

(2) おもりの運動を決定せよ．

運動方程式は 2 階線形非斉次．斉次形の一般解は$y=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$．非斉次特解は$y=-mg/k$．初期条件は時刻 0 で$y=-\frac{mg}{k}+y_0$，$\dot{y}=0$．定数 A，B を決定，$\omega$を$\sqrt{k/m}$に戻して，

答：$y=y_0\cos\left(\sqrt{k/m}t\right)-\frac{mg}{k}$