

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_ 得点 \_\_\_\_\_

Q1: 以下の空欄を埋めなさい。 一重下線は数式・記号, 二重下線は文字が入る(5×4=20).

変数分離形の微分方程式は, 標準形が \_\_\_\_\_ と書かれるタイプである.

 $dy/dx$ を分数と考え,  $y$ を左辺に,  $x$ を右辺に分離, それぞれ $y$ ,  $x$ で積分すれば解ける. 変数を分離するには一定のコツがある. たとえば,  $y' + y = 1$ は \_\_\_\_\_ と変数分離されるが, よく似た $y' + x = 1$ は \_\_\_\_\_ と変数分離され,一方, これもよく似た $y' + xy = 1$ は変数分離できない. 変数分離で微分方程式を解くと,

解はしばしば \_\_\_\_\_ の形で得られるが, 可能な限り陽関数に変形すること.

Q2: 以下の微分方程式を変数分離せよ. 微分方程式は解かないこと(5×2=10).

(1)  $m \frac{dv}{dt} = -mg + Bv^2$

(2)  $A \frac{dy}{dx} + B(xy)^2 = 0$

Q3: 以下の微分方程式の一般解を求めよ. 陽関数の形で解答すること(10×2=20).

(1)  $y' = (xy)^2$

(2)  $y' + 2xy = 0$

Q4: 一定のパワー $P$ のエンジンで加速する自動車の速度変化は、公式 $P = Fv$ を使い、運動

方程式は $m \frac{dv}{dt} = \frac{P}{v}$ と書ける。ただし $m$ は質量、 $v$ は速度である。以下の問に答えよ。

(1) 運動方程式を解き、一般解を求めよ(10)

(2) 運動を $x$ 軸に沿った1次元とする。時刻ゼロで自動車は $x = 0$ におり、 $\dot{x} = 0$ であった。運動は $x \geq 0$ の範囲で起こるとする。運動を決定せよ(10)。ヒント： $t = 0$ で $\dot{x} = 0$ なので、まず $v(t)$ の任意定数をゼロと置く。

Q5: ロジスティック方程式 $\dot{y} = A \left( 1 - \frac{y}{B} \right) y$  ( $A, B$ は定数)を以下の手順で解く。

(1) 下線の数式を答えよ(10)。

括弧を外し、 $y^2$ で割れば $\frac{dy}{dt} \frac{1}{y^2} = A \frac{1}{y} - \frac{A}{B}$ になり、 $u = \frac{1}{y}, \dot{u} = -\frac{1}{y^2} \dot{y}$ を使い変形すれば、

$$-\frac{du}{dt} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{を得る.}$$

(2)  $u$ を求めよ(10)。

(3) 時刻ゼロで $y = B$ であった。 $y$ を求めよ(10)。