

物理学演習 1 今日の One point

第9回講義

- **力学的仕事**とは、物体に力を加え、その方向に動かすことと定義する。ベクトルの内積を使い、 $W \equiv \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}$.
- 質量 m 、速度 \mathbf{v} の**運動エネルギー**を、 $K = \frac{1}{2}mv^2$ と定義する。
- すると、不思議なことに、以下の定理が成立する。
「物体になされた正味の仕事は、物体の運動エネルギーの増加に等しい」。これを、**仕事=エネルギー定理**と呼ぶ。証明は省略。
- 仕事=エネルギー定理は、物体の運動を解析するとき大変強力な武器となる。例えば、物体になされた仕事が明らかなら、運動方程式を解かなくても、物体の速さを知ることができる。
- 物体に働く力を**保存力**と**非保存力**に分類する。厳密な定義は、「保存力とは力が座標の関数で表され、かつ $\text{rot}\mathbf{F}=0$ となる力」であるが、直感的には、「抵抗」や「摩擦」以外はたいていが保存力。抵抗、摩擦は運動方向で力の方向が決まるので、明らかに非保存力。
- 保存力には必ずそれに伴う**ポテンシャルエネルギー**が存在する。

重力	↔	重力ポテンシャルエネルギー
ばねの復元力	↔	弾性ポテンシャルエネルギー
- 保存力が物体に対して正の仕事 W をすると、物体のポテンシャルエネルギー U が同じだけ減少する。 $W = -\Delta U$
- 仕事は力の線積分で、 $W = -\Delta U$ だから、**ポテンシャルエネルギーを微分して負号をつければ保存力を得る**。
- 保存力とポテンシャルエネルギーの関係と、仕事=エネルギー定理を組み合わせると、**力学的エネルギー保存則**が成立。
物体が保存力のみを受け運動するとき、物体のポテンシャルエネルギーと運動エネルギーの和は一定に保たれる。

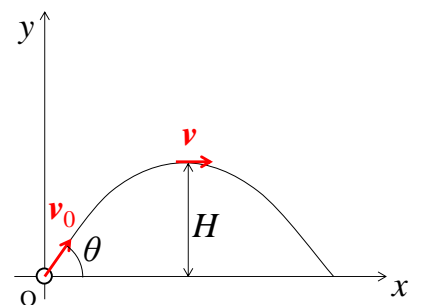
$$\Delta(K+U)=0$$

- 例：放物運動。物体がどこにいても、 $mg y + \frac{1}{2}mv^2 = \text{一定}$

最高点では $v=v_0\cos\theta$ だから、

$mgH + \frac{1}{2}mv_0^2\cos^2\theta = \frac{1}{2}mv_0^2$ が成立。変形して、

$$2gH = v_0^2\sin^2\theta \quad \rightarrow \quad H = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$



運動方程式を解かなくても最高点の高さがわかる。

- 非保存力(たとえば摩擦力)が仕事をすると、全力学的エネルギー $(K+U)$ がその分だけ減少。引いてからエネルギー保存則を適用せよ。