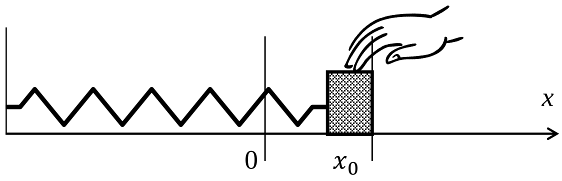
物理学演習 1　今日の One point

第 11 回講義

- 物体に働く力が，物体の原点からの距離に比例し，かつ引力である問題を考える．運動を 1 次元に限れば，物体は「単振動」を行う．



- 最もありふれた，基本的な単振動はばねとおもりの運動．

- 物体の質量を m, 位置を x, 復元力を$-kx$ とするとき, 運動方程式は以下の様になる．

$$m\ddot{x} = -kx \tag{1}$$

単振動の微分方程式の解は暗記する．微分方程式を$\ddot{x} = -\omega^2 x$と書き直し，一般解は

$$x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \qquad (A,\ B \text{ は定数}) \tag{2}$$

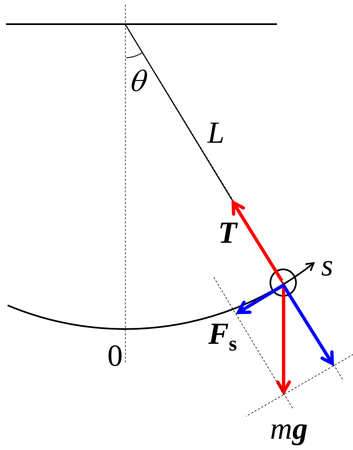
三角関数の公式を使い，(2)式は以下のようにも書ける．

$$x = C\cos(\omega t + \delta) \qquad (\omega,\ \delta \text{ は定数}) \tag{3}$$

- 振り子の振動は，まず軌道に沿った座標系sを設定する．「力の軌道に沿った成分」に対して運動方程式を立てると，

$$m\ddot{s} = -mg\sin(\theta) \tag{4}$$

この後，従属変数を θ かsかのどちらかに置き換えると，どちらにしても単振動の運動方程式を得る．

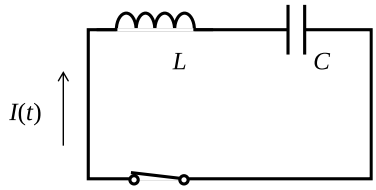


- sとθの関係は，$s = L\theta$.

- 振り子の微分方程式は非線形で，容易には解けない．しかし振幅が小さいときは$\sin\theta \sim \theta$の近似が使え，運動方程式が線形になる．

- LC 直列回路の電流は，キルヒホッフの法則を用いて

$$L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int I\mathrm{d}t = 0 \tag{5}$$



と書ける．積分を含むこの方程式は「積分方程式」．このままでは解けないので，両辺を時間で微分すると，2 階の微分方程式を得る．

- 復元力の他に一定の力(重力など)が働く問題は「2 階線形非斉次微分方程式」．教科書通り，斉次形の一般解と非斉次形の特殊解を出し，最後に足す．

- 非斉次項が定数Kのとき，

$$\ddot{x} + \omega^2 x = K$$
$$x = K/\omega^2$$