

学籍番号 _____ 氏名 _____ 得点 _____

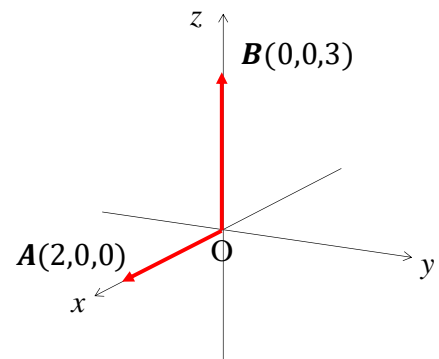
解答には最終結果だけでなく、必ず導出過程を記述すること。

Q1: 右図のベクトルの外積 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ を求めよ(10).

\mathbf{A} と \mathbf{B} は互いに直交しているから、外積の大きさは $|\mathbf{A}||\mathbf{B}|$ で、向きは \mathbf{A} から \mathbf{B} へ右ねじの方向。すなわちこの図では $-y$ 方向。以上を総合して、

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (0, -6, 0)$$

※図に書き込んでも正解。



Q2: デカルト座標のベクトル $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ と $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ の内積および外積の結果を示せ(10×2=20).

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

Q3: 次のうち正しい数式を選び、全てに○をつけなさい(10×3=30).

(1) $e^a e^b = e^{a+b}$ $e^a + e^b = e^{a+b}$ _____
 $e^a e^b = e^{ab}$ _____ $e^a + e^b = e^{ab}$ _____

(2) $\log a + \log b = \log(ab)$ $\log a + \log b = \log(a+b)$ _____
 $\log a \cdot \log b = \log(ab)$ _____ $\log a \cdot \log b = \log(a+b)$ _____

(3) $a \log b = \log(a^b)$ _____ $\log_a b = 1/(\log_b a)$ _____
 $\log(e^a) = 1/(\log(a^e))$ _____ $\log_a b = \log_b a$ _____

Q4: 以下の関数を x で微分せよ. x 以外の文字記号はすべて定数とする(10×2=20).

(1) $y = ke^{-x/a}$

$$y' = -\frac{k}{a}e^{-x/a}$$

(2) $y = \sqrt{x^2 + a^2}$

$$y = (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{2}(x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{d}{dx}(x^2) \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \end{aligned}$$

Q5: 以下の定積分を計算せよ(10×2=20).

(1) $\int_0^{2\pi} \cos(x) dx$

$$\begin{aligned} &= [\sin(x)]_0^{2\pi} \\ &= 0 \quad (\text{自明なので, 途中式は無くても良い}) \end{aligned}$$

(2) $\int_a^b \frac{1}{x} dx$ ただし $a > 0$ かつ $b > 0$

$$\begin{aligned} &= [\ln(x)]_a^b \\ &= \ln(b) - \ln(a) \\ &= \ln\left(\frac{b}{a}\right) \end{aligned}$$

(最後のステップを忘れた解は5点)