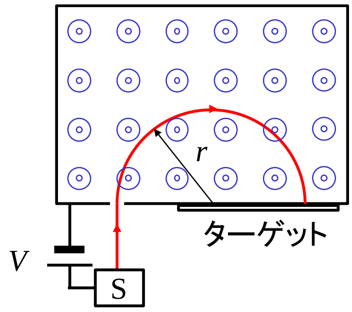
学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得点＿＿＿＿＿＿.

解答には最終結果だけでなく，必ず導出過程を記述すること.

Q1: 一様な(−1.0, 0.0, −1.0) V/m の電場と(1.0, 2.0, 1.0) T の磁場が存在する中を，電荷量 2.0C の荷電粒子が速度(3.0, 1.0, 2.0) m/s で運動している．荷電粒子が受ける力を求めよ(20).

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = 2\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix} + 2\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\3 & 1 & 2\\1 & 2 & 1\end{vmatrix} = 2\begin{pmatrix}-1-3\\-1\\-1+5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8.0\\-2.0\\8.0\end{pmatrix}\mathrm{N}$$

Q2: 図のような仕掛けは**質量分析器**として知られている．



(1) 質量m，電荷量qの荷電粒子を電圧Vの電位差を使い加速した．荷電粒子の速さを求めよ(10).

$qV = \dfrac{mv^2}{2}$を変形，$v = \sqrt{\dfrac{2qV}{m}}$

(2) 荷電粒子は紙面に垂直な，大きさBの一様な磁場中に打ち出され，円運動する．円の半径を求めよ(10).

Q3 の解に(1)を代入．$r = \dfrac{m}{qB}\sqrt{\dfrac{2qV}{m}} = \sqrt{\dfrac{2mV}{qB^2}}$.

(3) 粒子が磁場の領域に入ってからターゲットに衝突するまでにかかる時間を求めよ(10).

$v = \sqrt{\dfrac{2qV}{m}}$，$r = \sqrt{\dfrac{2mV}{qB^2}}$，$T = \dfrac{\pi r}{v} = \dfrac{m\pi}{qB}$.

Q3: 一様な$(0, 0, B)$の磁場中に質量m，電荷量qの荷電粒子がある．ある瞬間の速度は$(v, 0, v/2)$であった．粒子はz軸に沿ったらせん運動をする．

(1) z軸方向から見た円運動の半径を求めよ(10).

$m\frac{v^2}{r} = qvB$，$r = \frac{mv}{qB}$

(2) 粒子が円を一周する間に，z軸に沿って進んだ長さ(らせんのピッチ)を求めよ(10).

一周するのにかかる時間は$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$，$\Delta z = \frac{v}{2}T = \frac{\pi m v}{qB}$.

Q4: 一様な$(0, E, 0)$の電場と$(0, 0, B)$の磁場中にある質量m，電荷量qの荷電粒子の運動を考える．

(1) 運動方程式を成分ごとに書き下しなさい．左辺は$(m\dot{v_x}, m\dot{v_y}, m\dot{v_z})$とせよ(10).

$$m\dot{v_x} = qv_yB$$
$$m\dot{v_y} = qE - qv_xB$$
$$m\dot{v_z} = 0$$

(2) 時刻ゼロで粒子は静止していた．粒子の速度を決定せよ(20).

$m\ddot{v_y} = -q\dot{v_x}B$に$m\dot{v_x} = qv_yB$ を代入し，$\ddot{v_y} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_y$を得る．これは単振動の微分方程式だからすぐ解けて，$v_y = C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t)$．ここで$\omega = \frac{qB}{m}$．初期条件から$C_1 = 0$．$v_y = C_2\sin(\omega t)$を得る．$m\dot{v_y} = qE - qv_xB$に代入すれば，$v_x = \frac{E}{B} - C_2\cos(\omega t)$を得る．初期条件から$C_2 = \frac{E}{B}$．$v_z = 0$は自明.

答：$v_x = \frac{E}{B}\{1 - \cos(\omega t)\}$，$v_y = \frac{E}{B}\sin(\omega t)$．$v_z = 0$．ただし$\omega = \frac{qB}{m}$.