

学籍番号 _____ 氏名 _____ 得点 _____.

解答には最終結果だけでなく、必ず導出過程を記述すること。

Q1: 関数 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < \pi) \\ 0 & (\pi \leq x < 2\pi) \end{cases}$ を考える.(1) $a_n = \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx$ を求めなさい。ただし、 n はゼロ以上の整数である(20).(2) $b_n = \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx) dx$ を求めなさい。ただし、 n は正の整数である(20).(3) 関数 $f(x)$ を $f(x + 2\pi) = f(x)$ によって周期的に拡張した周期 2π の周期関数のフーリエ級数展開を求めなさい。総和記号を使うこと(10).

$$\text{※ヒント: } 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{2k-1}$$

Q2: 関数 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi) \end{cases}$ のフーリエ余弦(級数)展開を求めなさい(20).

$$\text{※ヒント: } 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}$$

Q3: 関数 $f(x) = |x|$ ($-2 \leq x < 2$) を周期4の周期関数に拡張した関数 $f(x)$ について以下の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ は奇関数か偶関数か. 「奇関数」「偶関数」「どちらでもない」で解答せよ(10).

(2) $f(x)$ をフーリエ級数展開せよ(20). ※ヒント: 部分積分の公式から

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L x \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{2}{L} \left[x \frac{L}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right]_0^L - \frac{2}{L} \frac{L}{n\pi} \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$