

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_ 得点 \_\_\_\_\_

※計算問題の場合、途中式がない解答は無効とする。

Q1: ヤード・ポンド法の「1」より小さい数値は、 $2^n$ を分母とする既約分数で表すという決まりがある。例えば0.375インチは $\frac{3}{8}$ インチなど。では、0.1インチを分数で表しなさい。有効数字2桁まで合っていればよい(10)。

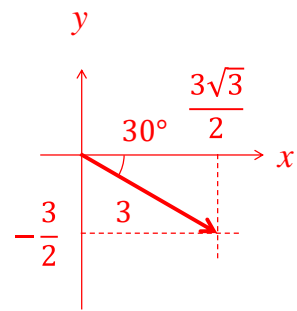
分母は $2^n$ だから $\frac{3}{32}$ くらいから始めてみる。効数字2桁で0.1なら $\frac{13}{128}=0.1015$ 。

Q2: 1年の長さを有効数字3桁で「秒」で表せ(10)。

$$3600 \times 24 \times 365 = 3.15 \times 10^7 \text{ s}$$

Q2: ある位置ベクトルは大きさが3で、 $(x-y)$ 平面内にあり、方向は $x$ 軸を基準にして時計回りに30度であった。この位置ベクトルをデカルト座標で成分表示せよ(20)。

問題文を図示すると右図。ここから直ちに $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2}\right)$



Q3: あるベクトル量がデカルト座標で $\mathbf{A} = (-z + 1, 2x - y^2, x + y)$ と表される。

(1) 座標 $(1, 2, 3)$ における $\mathbf{A}$ を求めよ(10)。

素直に代入して、 $\mathbf{A} = (-2, -2, 3)$ 。

(2) このベクトル量がゼロになる点を求めよ(10)。

$\mathbf{A}$ の $y, z$ 成分が $x = y = 0$ でゼロなのが自明。したがって $(0, 0, 1)$ が正解。実は他にも $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ になるところがある。 $2x - y^2 = 0, x + y = 0$ を満たすのは $(x, y) = (0, 0)$ と $(2, -2)$ 。したがって $(2, -2, 1)$ も正解。両方正解の人は+5点。

Q4: デカルト座標のベクトル  $A = (1, 3)$  と  $B = (-1, 2)$  がある.

(1)  $A + 2B$  を求めよ(10).

$$A + 2B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

(2)  $A$  と  $B$  のなす角度を求めよ(10).

定義から  $A \cdot B = |A||B| \cos \theta$  で, デカルト座標の内積は簡単にできて

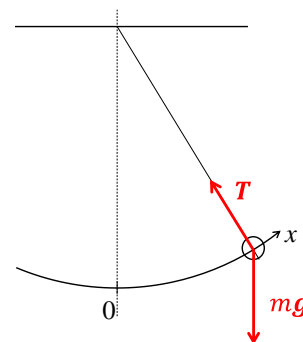
$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y = -1 + 6 = 5.$$

$$\cos \theta = \frac{A \cdot B}{|A||B|} = \frac{5}{\sqrt{1^2 + 3^2} \sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = 45^\circ$$

Q5: 仕事率  $P$ , 速度  $\boldsymbol{v}$ , 力  $\boldsymbol{F}$  の間には  $P = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$  の関係がある. ここから, 「振り子のひもに働く張力は仕事をしない」ことを文章で説明しなさい. ただしひもは伸び縮みしないものとする(20).

ひもが伸び縮みしないとき, 張力  $\boldsymbol{T}$  は常に運動方向に垂直である(そうでないとひもの長さが変わるから)したがって  $\boldsymbol{T}$  と  $\boldsymbol{v}$  の内積はゼロで,  $P = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{v}$  から  $P = 0$  が示された. すなわち, 振り子のひもに働く張力は仕事をしない.



※「ベクトルの内積」というキーワードが入っていなければ不正解. ベクトルが太字になっていない解答は5点減点.