学籍番号＿＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 得点＿＿＿＿＿＿

※計算問題の場合，途中式がない解答は無効とする.

Q1: 2 次元平面を，$y = x^2 + x - 2$ [m]の経路に沿って運動する物体がある．

(1) 速度のx成分が 2 m/s で一定とする．物体の速度を成分表示せよ(10).

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = (2x+1) \times 2$$

答：$\boldsymbol{v} = (2,\ 4x + 2)$

(2) 物体の速さを求めよ(10).

$$v = \sqrt{4 + (4x+2)^2} = 2\sqrt{4x^2 + 4x + 2}$$

(3) 物体の加速度(ベクトル)を求めよ(10).

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0,\quad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 8$$

答：$\boldsymbol{a} = (0,\ 8)$

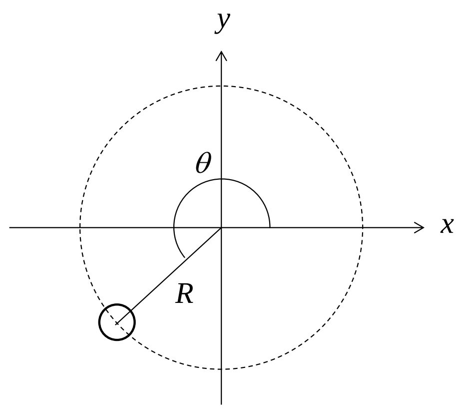
(4) 時刻ゼロで物体の y 座標がゼロであった．$t > 0$で物体の進行方向が x 軸に平行になる時刻を求めよ(10).

物体のy座標がゼロのときの物体の位置は$(-2, 0)$か$(1, 0)$のどちらか．物体の進行方向が x 軸に平行になるとき，速度のy成分はゼロになる．すなわち$x = -1/2$．$t > 0$の条件から，時刻ゼロで$x = -2$でなくてはならない．$v_x = 2$だから，

$$t = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right) - (-2)}{v_x} = \frac{3}{4}$$

答：$\frac{3}{4}\ s$

Q2: 図のように，半径 R の円軌道を運動する質点がある．
θの時間変化は$\theta = \theta_0 + \omega t$である．



(1) 質点の座標 $\boldsymbol{r}$ を t の関数で表し，デカルト座標で成分表示せよ(20).

$$\boldsymbol{r} = R\{\cos(\theta_0 + \omega t), \sin(\theta_0 + \omega t)\}$$

(2) 質点の速度 $\boldsymbol{v}$ を t の関数で表し，デカルト座標で成分表示せよ(20).

$$\boldsymbol{v} = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right) = \omega R\{-\sin(\theta_0 + \omega t), \cos(\theta_0 + \omega t)\}$$

(3) 質点の速度ベクトルと位置ベクトルの内積を求めよ．途中式が採点対象(20).

$$\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} R\cos(\theta_0 + \omega t) \\ R\sin(\theta_0 + \omega t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\omega R\sin(\theta_0 + \omega t) \\ \omega R\cos(\theta_0 + \omega t) \end{pmatrix}$$

$$= \omega R^2\{-\cos(\theta_0 + \omega t)\sin(\theta_0 + \omega t) + \cos(\theta_0 + \omega t)\sin(\theta_0 + \omega t)\} = 0$$

答：0

円運動は，速度ベクトルが常に位置ベクトルに直交する．