

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q1: $y(x)$ の微分方程式 $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ の一般解は $y(x) = \frac{-1}{x+1} + C$ (C は定数) である. 境界条件として, $y(0) = 1$ が与えられた. 微分方程式の特殊解を求めよ(5).

$$y(0) = -1 + C = 1 \text{ から, } C = 2$$

$$\text{ゆえに, 特殊解は } y(x) = \frac{-1}{x+1} + 2$$

Q2: 以下の $y(x)$ の微分方程式のうち, 直接積分形には○印をつけ, 一般解を求めなさい. それ以外には×をつけ, 解かないこと(15). ※非線形の微分方程式は直接積分形ではない.

• × $y'' + 4y^2 = 0$

• ○ $y'' + 4x^2 = 0$

$$y' = -\frac{4}{3}x^3 + C$$

$$y = -\frac{x^4}{3} + Cx + C' \quad (C, C' \text{ は積分定数})$$

• × $\frac{y'}{x} = \cos(y)$ (但し $x \neq 0$)

• ○ $\frac{y'}{x} = \cos(x)$ (但し $x \neq 0$)

部分積分を利用して, $y(x) = \int (x \cos(x)) dx = x \sin(x) + \cos(x) + C$

• ○ $y''' = a$ (a は定数)

$$y^{(4)} = 0 \text{ から } y = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4 \text{ とおくと}$$

$$y''' = 6C_1 = a \Rightarrow C_1 = \frac{a}{6} \text{ ゆえに, 一般解は } y = \frac{a}{6} x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$

(但し C_2, C_3, C_4 は積分定数)