

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q1: 以下の $y(x)$ の微分方程式の一般解を求めよ. 中には複数の解法で解ける問題もあるが, 必ず特性方程式を立て, 根を求める方法を使うこと. k, a, b は定数である($5 \times 4 = 20$).
ただし, $C, C_1, C_2, C_3 \dots$ は任意の定数とする(解答にはただし書き不要).

(1) $y' = ky$

$$\lambda = k$$

$$y = Ce^{kx}$$

(2) $ay' = 0$

$$\lambda = 0$$

$$y = Ce^0 = C \quad \text{※直接積分法でも直ちに } y \text{ は定数とわかる.}$$

※基本解が e^0 であることを省略した解答は不正解. これは自明では無い.

(3) $y'' + 2ay' + by = 0$ ただし $a^2 - b > 0$

$$\lambda^2 + 2a\lambda + b = 0 \rightarrow \lambda = -a \pm \sqrt{a^2 - b}$$

$$y = C_1 \exp\left\{(-a + \sqrt{a^2 - b})x\right\} + C_2 \exp\left\{(-a - \sqrt{a^2 - b})x\right\}$$

※ $a^2 - b < 0$ のときは $\sqrt{\quad}$ の中が負数になるので, この場合は $i\sqrt{b - a^2}$ と書きかえる.

(4) $y'' + 4y' + 4y = 0$

$$\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0 \rightarrow \lambda = -2 \quad \text{※(特性方程式が重根を持つケース)}$$

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$$