

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q1: 微分方程式 $y'' - y' - 2y = e^x$ の特殊解を、定数変化法で求める。以下の問に答えよ。(1) 対応する斉次形の基本解 y_1, y_2 を求めよ(5).特性方程式を因数分解すると $(y+1)(y-2)=0$ 。したがって基本解は $y_1 = e^{-x}$, $y_2 = e^{2x}$ 。※ y_1 と y_2 の順番はどちらでもよい。

(2) ロンスキアンを求めよ(5).

正直に計算しても良いが、One Point の公式を使えば $W = 3e^x$ 。これは、 y_1 と y_2 をどう定義したかによって符号が逆になる。(3) A_1, A_2 をそれぞれ求めよ(5).

$$A_1 = - \int \frac{y_2 f(x)}{W} dx = - \int \frac{e^{2x} e^x}{3e^x} dx = -\frac{1}{6} e^{2x}$$

$$A_2 = \int \frac{y_1 f(x)}{W} dx = \int \frac{e^{-x} e^x}{3e^x} dx = -\frac{1}{3} e^{-x}$$

(4) 特殊解を求めよ。導出過程を明記すること(5).

$$\begin{aligned} y_s &= A_1 y_1 + A_2 y_2 = -\frac{1}{6} e^{-x} e^{2x} - \frac{1}{3} e^{-x} e^{2x} \\ &= -\frac{1}{2} e^x \end{aligned}$$