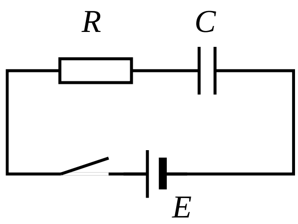
学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

図のような RC 直列回路がある．時刻ゼロでスイッチを閉じた．

以下の問いに答えよ．



Q1: コンデンサーの電荷 $Q(t)$ の微分方程式を立てなさい(5).

キルヒホッフの法則を使い，

$\dot{Q}R + \frac{Q}{C} = E$

Q2: 初期条件 $Q(0)=0$ を満たす特殊解 $Q(t)$ を求めなさい(5).

(解き方は示さないが)一般解は $Q(t) = Ke^{-t/(RC)} + CE$ 　(K は定数).

※コンデンサーの容量に「C」が予約されているので，任意定数にはほかの文字を使う．

初期条件 $Q(0)=0$ を使って $K=-CE$ を得る．特殊解は $Q(t) = CE\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$.

Q3: Q2 の初期条件の元で，時刻 $T=(RC)\ln 2$ の瞬間に電源を外し，導線で回路を接続した．その後のコンデンサーの電荷 $Q(t)$ を求めなさい(5).

$t=T=(RC)\ln 2$ のとき，(2) の結果は $Q(T)=CE(1-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}CE$.

$t>T$ のとき $E=0$ から，微分方程式は斉次形 $\dot{Q}R + \frac{Q}{C} = 0$，その一般解は

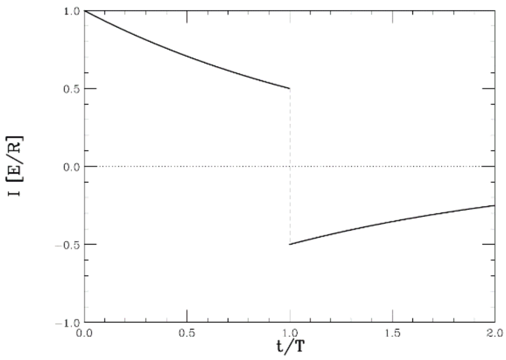
$Q(t) = K'e^{-t/(RC)}$. 条件 $Q(T)=\frac{1}{2}CE$ から $K'=CE$. よって $Q(t) = CE\,e^{-t/(RC)}$.

Q4: Q2 と Q3 の結果を使って回路に流れた電流 $I(t)$ を $t \le T$ 及び $t>T$ のとき別々に求め，$0 \le t \le 2T$ で電流の時間変化をグラフに示しなさい(5).

[ヒント： $t=T$ のとき電流の向きが同じ大きさで逆方向になる]

(2) の結果を使って，$t \le T$ のときの電流は $I(t)=\dot{Q}=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$. (3) の結果を使って，

$t>T$ のときの電流は $I(t)=\dot{Q}=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$. ($t=T$ のとき電流の向きは逆になる.)



[別解： $I(t)R+\frac{Q(t)}{C}=E$ を使って

$t \le T$ のとき $E>0$ から $I(t)=\frac{E}{R}-\frac{Q(t)}{RC}=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

$t>T$ のとき $E=0$ から $I(t)=-\frac{Q(t)}{RC}=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$.]