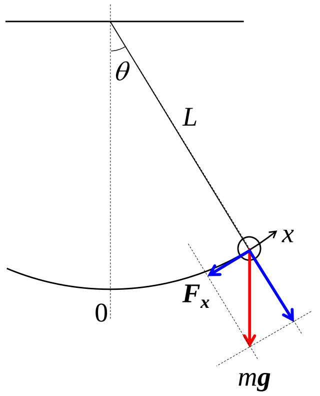
「物理数学 1」小テスト(11)　　2024/07/01

学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Q1: 図のようなひもとおもりからなる振り子がある．以下の問に答えよ．重力加速度の大きさを g として，摩擦や空気抵抗は考えない．



(1) 従属変数を，おもりの平衡点からの変位 x とする．ここで，x は振り子の軌道に沿って取ることに注意する．重力の軌道に沿った成分が $-mg\sin\theta$，また $\theta=(x/L)$ が成り立つ．x についての運動方程式を立てなさい(5).

素直に，$m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-mg\sin\left(\dfrac{x}{L}\right)$.

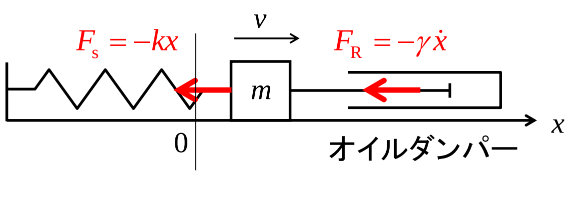
途中式で θ を使っても良いが，解は $x(t)$ に関する 1 変数微分方程式となっていないといけない．

(2) おもりを平衡の位置に置き，時刻ゼロで x の正方向に力積 I を与えた．おもりの運動を決定せよ．ここで，振幅が小さいと仮定，$\sin\theta\sim\theta$ の近似を用い，微分方程式を線形化すること(10).

$\sin\theta\sim\theta$ の近似を使って微分方程式を書き直す．$m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-mg\dfrac{x}{L}$.

$\dfrac{g}{L}=\omega^2$ の置き換えを行い，一般解は $x=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$ （A，B は定数)．初期条件を代入すれば A，B が定まり，運動は $x=\dfrac{I}{m}\sqrt{\dfrac{L}{g}}\sin\left(\sqrt{\dfrac{g}{L}}t\right)$.

Q2: 図のようなばねとおもり，ダンパーからなる系がある．運動方程式は $\ddot{x}+2\kappa\dot{x}+\omega_0^2x=0$ ただし $\frac{k}{m}=\omega_0^2$，$\frac{\gamma}{m}=2\kappa$ である．運動方程式の一般解を求めよ．ω_0，κ を含んだ形で解答のこと(5).



教科書通り．

$$x=C_1e^{\left(-\kappa+\sqrt{\kappa^2-\omega_0^2}\right)t}+C_2e^{\left(-\kappa-\sqrt{\kappa^2-\omega_0^2}\right)t}\quad（C_1，C_2 は定数）$$