

第3回講義

- **初期値問題**：微分方程式の一般解が与えられているとき、一組の「初期値」を満たす特殊解を得る問題。

$$\text{微分方程式： } my'' = -mg \tag{1}$$

$$\text{一般解： } y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + C_1t + C_2 \quad (C_1, C_2 \text{ は任意定数}) \tag{2}$$

$$\text{初期条件： } t=0 \text{ で } y = y_0, y' = v_0 \tag{3}$$

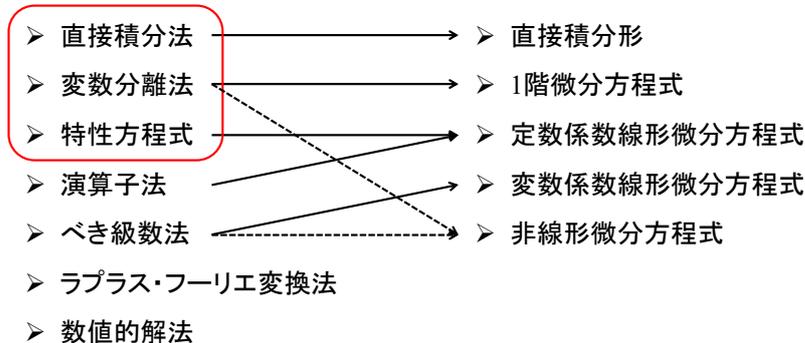
(2)において、 C_1, C_2 がどんな数でも微分方程式(1)を満足する(一般解)。しかし、同時に初期条件(3)を満たすためには、 $C_1 = v_0, C_2 = y_0$ でなくてはならない。 C_1, C_2 を v_0, y_0 に置き換えた特殊解が初期値問題の解。

$$\text{特殊解： } y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \tag{4}$$

- **境界値問題**：微分方程式の一般解が与えられているとき、一組の「境界値」を満たすように未定係数を決定すること。

- 微分方程式にはたくさんの解法がある。微分方程式の「形」により、最適な解法が異なる。およその対応は以下の通り。

物理数学1で扱う範囲



- 非線形の微分方程式を解く一般的な方法はないし、解析的には解けないものも多い。ただし、1階非線形微分方程式なら変数分離でワンチャンあり。
- **定数係数の線形微分方程式なら迷わず特性方程式を解こう。**
※物理の教科書では変数分離で解いているものもあるが、あれは鶴亀算である。早めに卒業すること。
- 微分方程式の「型」を分類するため、初めに行うのは項の整理。 y, y の微分を含む項を左辺に、 $f(x)$ と定数を右辺に移項。さらに可能なら左辺から x を取り除くことを試みる。これで、左辺に y の微分が一つだけにできたらそれは**直接積分形**。
- **直接積分形**とは、 $y^{(n)} = f(x)$ と書き直せる形の微分方程式である。この形なら、両辺を n 回積分するだけで解ける。