物理数学１　今日の One point

第９回講義 　　3章

- 直接積分形とは，$y^{(n)} = f(x)$と書き直せる形の微分方程式である．この形なら，両辺を n 回積分するだけで解ける．左辺が $y^{(n)}$一つだけ，右辺が x の関数ならばこの形．

- 自由落下運動　$m\ddot{y} = -mg$　は，代表的な直接積分形の微分方程式．ここで，時間微分にニュートン記法を使った．

-

	ライプニッツ記法	ニュートン記法	ラグランジュ記法
1 階微分	$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$	$\dot{y}$	y'
2 階微分	$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$	$\ddot{y}$	y''
3 階微分	$\dfrac{\mathrm{d}^3y}{\mathrm{d}x^3}$	$\dddot{y}$	y'''

※ニュートン記法の微分方程式は，独立変数が t であることに注意．つまり，ニュートン記法の微分は暗黙のうちに時間微分である．

4章

- 1 階定数係数斉次線形微分方程式は，$y' + ky = 0$と書き直せる形の微分方程式である．

- この微分方程式の一般解は$y = Ce^{-kx}$ (C は任意定数)である．
  ※答えを暗記する．特性方程式とか，面倒なことをしない．
  ※この世の多くの物理がこの法則に従う．

- 放射性元素の崩壊：1 個の原子が毎秒崩壊する確率は一定．これをkとする．N個の原子があるとき，毎秒崩壊する原子数はkNで表されるから，原子数の変化は
$$\dot{N} = -kN \tag{1}$$
と表される．

- 原子数の変化は$N = N_0e^{-kt}$である．k の逆数は**時定数**[s]で，原子が崩壊してなくなるまでどの程度かかるかの目安となる．**半減期** $T_{1/2}$ は原子核物理の分野で使われる目安で，時定数との関係は
$$T_{1/2} = -\tau \ln\left(\frac{1}{2}\right) \sim 0.69\tau \tag{2}$$

- ランベルト・ベールの法則を微分方程式に直すと
$$I' = -\alpha I \tag{3}$$
で，α は**減衰定数**．解けば$I = I_0e^{-\alpha x}$を得る．α の逆数は**減衰距離**[m]で，光がどの程度届くかの目安を与える．

- ツィオルコフスキーのロケット方程式：$v_\mathrm{f} = u\ln\left(\dfrac{m_0}{m_\mathrm{f}}\right)$．$v_\mathrm{f}$はロケットの最終速度，$u$ は推進剤の噴射速度，m_0，m_fはそれぞれロケットの最初と最後の質量．