

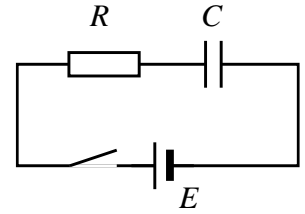
- RC 直列回路と直流電源：独立変数は t . 抵抗とコンデンサーの両端の電圧はそれぞれ

$$V_R = IR \quad V_C = \frac{Q}{C}$$

- $I = \frac{dQ}{dt}$ を使い, $V_C = \frac{1}{C} \int Idt$
- キルヒホッフの法則: $V_C + V_R = E$.
- V_C に関する微分方程式は,

$$\dot{Q}R + \frac{Q}{C} = E \tag{1}$$

となる.

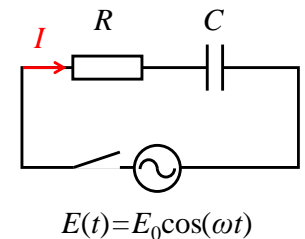


- RC 直列回路と交流電源：独立変数は t . キルヒホッフの法則は

$$IR + \frac{1}{C} \int Idt = E_0 \cos(\omega t) \tag{2}$$

これは積分方程式なので, 微分して

$$\dot{I}R + \frac{I}{C} = -\omega E_0 \sin(\omega t) \tag{3}$$



- ニュートンの冷却の法則: $\dot{Q} = -\alpha S(T - T_m)$ (4)

- 温度変化率は $\dot{T} = -\frac{\alpha S}{mc}(T - T_m)$ (5)

α : 熱伝達係数 S : 表面積 m : 質量 c : 比熱
 T : 湯の温度 T_m : 周囲の温度

新たな変数 $\theta = T - T_m$ を導入すれば, 微分方程式は

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{\tau} \theta \quad \tau = \left(\frac{\alpha S}{mc} \right)^{-1} \tag{6}$$

の斉次形になる.

- 1 階非斉次線形微分方程式を定数変化法で解く方法: 微分方程式は $y' + ay = f(x)$ とする.

(1) 対応する斉次形の一般解 y_g を特性方程式で求めるところまでは同じ.

(2) 特殊解 y_s は以下の公式で一発.

$$y_s = \left\{ \int e^{\alpha x} f(x) dx \right\} e^{-\alpha x} \tag{7}$$

(3) $y = y_g + y_s$

- 実例: $m\dot{y} + \gamma y = -mg$ を解く. $y_g = Ce^{-(\gamma/m)t}$ (C は定数), $y_s = \left\{ \int e^{(\gamma/m)t} (-g) dt \right\} e^{-(\gamma/m)t}$. 計

算すれば, $y_s = -\frac{mg}{\gamma} e^{(\gamma/m)t} e^{-(\gamma/m)t} = -\frac{mg}{\gamma}$ を得る. すなわち, $y = Ce^{-(\gamma/m)t} - \frac{mg}{\gamma}$.