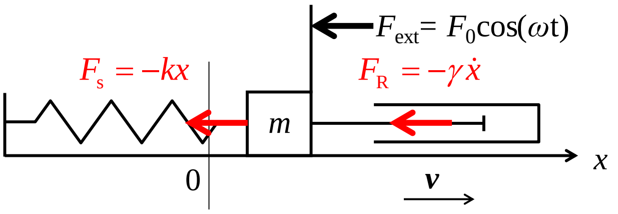
➢ 前回学んだ 2 階斉次線形微分方程式に，外力が加わった問題を考える．解くべき微分方程式は $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+a_0x=F(t)$.

➢ **定数係数非斉次線形微分方程式の解法**：
Step1: 「対応する斉次形微分方程式」を解く．解き方は省略.
Step2: 重根がなければ，n 個の基本解 $y_1=e^{\lambda 1x}$，$y_2=e^{2x}$，…$y_n=e^{\lambda nx}$ を得る.
Step3: 微分方程式の特殊解を一つ見つける.
　右辺がべき関数：べき関数を試す．例：Ax^2+Bx+C
　右辺が三角関数：$A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$を試す.
　右辺が指数関数：Ae^{kt}
Step4: 対応する斉次形の一般解($C_1e^{\lambda 1x}+C_2e^{\lambda 2x}+\ldots$)と，一つの特殊解を足したものが微分方程式の一般解.

➢ ばねとおもりの強制振動：
運動方程式は



$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+2\kappa\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2x=F_0\cos(\omega t) \qquad (1)$$

対応する斉次形の一般解は $x=C_1e^{\lambda 1t}+C_2e^{\lambda 2t}$ (C_1，C_2 は定数)だが，ほとんどの場合これは**どうでもよい**.
非斉次形の特殊解は未定係数法を使って

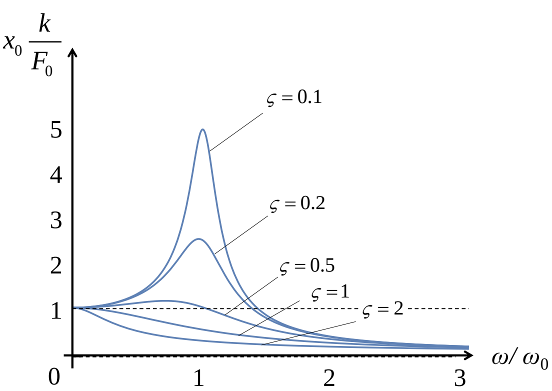
$$x(t)=\frac{F_0/m}{4\kappa^2\omega^2+(\omega_0^2-\omega^2)^2}\{(\omega_0^2-\omega^2)\cos(\omega t)+2\kappa\omega\sin(\omega t)\} \qquad (2)$$

これが強制振動の**定常解**．三角関数の公式を使い,

$$x(t)=\frac{F_0/m}{\sqrt{4\kappa^2\omega^2+(\omega_0^2-\omega^2)^2}}\cos\left(\omega t-\tan^{-1}\frac{2\kappa\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) \qquad (3)$$

と書き直す.

➢ 強制振動の振幅：$\varsigma=\frac{\kappa}{\omega_0}$を**減衰比**と定義．$\varsigma\ll 1$の領域で，$\omega=\omega_0$になると，急に振幅が大きくなる．これを**共振現象**と呼び，日常的にもよく見られる.



➢ 振動の位相：$\omega\ll\omega_0$のとき強制力が振動と同じ位相で，振動は強制力に従っている．一方，$\omega\gg\omega_0$のときは，振動は強制力とほぼ逆の位相で振動している．共振状態のときの位相差が$\pi/2$で，このとき，外力からおもりに最も効率よくエネルギーが流れる.

➢ カテナリー：両端を固定したしなやかで均一なひもが，重力の下で取る形.

$$y=\frac{1}{a}\cosh\left(ax-\frac{ad}{2}\right)-\frac{1}{a}\cosh\left(\frac{ad}{2}\right) \qquad (4)$$

2 次曲線でなく，cosh(ハイパーボリックコサイン)であることを覚えておく程度で良い.

➢ 石積みのアーチはカテナリーを裏返したもの．圧縮以外の力が働かないため頑丈.